Aplikasi Himpunan Lembut Kabur *Hesitant* dalam Masalah Pengambilan Keputusan dari Suatu Kelompok dengan Banyak Kriteria (Studi Kasus: Pemilihan Mobil Baru Bagi Konsumen)

Randi Winata
Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Bengkalis, Riau
randi.winata92@gmail.com

Abstract

Soft sets have been regarded as a useful mathematical tool to deal with uncertainty. In recent years, many scholars have shown an intense interest in soft sets and extended standard soft sets to intuitionistic fuzzy soft sets, interval-valued fuzzy soft sets, and generalized fuzzy soft sets. In this paper, hesitant fuzzy soft set is defined by combining fuzzy soft set with hesitant fuzzy set. Then, some operations on hesitant fuzzy soft set based on Archimedean t-norm and Archimedean t-conorm are defined. Besides, four aggregation operations, such as the HFSWA, HFSWG, GHFSWA and GHFSWG operators, are given. Based on these operators, do decision on the selection of new car for consumer.

Keywords: fuzzy, hesitant, decision, car, consumer.

1. PENDAHULUAN

Pada tahun 1965, Lutfi A. Zadeh memperkenalkan himpunan kabur (*Fuzzy Set* / FS) yang
banyak diterapkan pada macam-macam bidang. Salah satunya adalah penerapan pada pengambilan keputusan dengan banyak kriteria (*Multicriteria Decision Making* / MCDM). Kelemahan dari himpunan kabur yaitu derajat keanggotannya yang tunggal. Sehingga ketika pengambil keputusan ragu dengan satu nilai, maka himpunan kabur kurang tepat untuk digunakan. Untuk masalah ini, pada tahun (2009) Torra dan Narukawa memperkenalkan konsep himpunan kabur *hesitant* (*Hesitant Fuzzy Set* / HFS) dimana derajat keanggotannya adalah suatu himpunan dari beberapa nilai pada selang [0,1].

Pada tahun 2013, Babitha dan John memperkenalkan himpunan lembut kabur *hesitant* (*Hesitant Fuzzy Soft Set* / HFSS) dan beberapa operasi-operasi dasar serta aplikasinya pada MCDM. Pada tahun 2015, Wang memperkenalkan operasi dan operator baru dari HFSS serta aplikasinya pada masalah pengambilan keputusan dengan banyaknya pengambil keputusan lebih dari satu orang yang memberikan nilai yang berbeda dengan banyak kriteria (*Multricriteria Group Decision Making* / MCGDM). Penelitian ini merupakan kajian dan tulisan Jian-qiang Wang dkk. Aplikasi MCGDM yang ditulis Wang terkait pemilihan rumah. Pada paper ini, contoh kasus yang diteliti adalah aplikasi MCGDM pada pemilihan mobil baru bagi konsumen.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengaplikasikan konsep HFSS dengan menggunakan koleksi operator dalam penyelesaian permasalahan pengambilan keputusan terkait pemilihan mobil baru bagi konsumen. Adapun manfaat dari penelitian ini ialah dapat memberi pengetahuan yang lebih baik dalam menyelesikan masalah MCGDM pada himpunan lembut kabur *hesitant*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Lembut (*Soft Set*)

Definisi 2.1.1 Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, $P(U)$ adalah suatu himpunan kuasa atas U dan E adalah suatu himpunan parameter. Suatu pasangan (F,E) disebut himpunan lembut (SS) atas U, apabila F adalah suatu pemetaan dari E ke $P(U)$. Secara matematis, himpunan lembut (SS) (F, E) dapat ditulis sebagai berikut:

$$(F, E) = \{(e, F(e)) \mid e \in E, F(e) \in P(U)\}, \qquad (1)$$

dimana

$$F : E \to P(U), \qquad (2)$$

sedemikian sehingga $\mathrm{F(e)} = \emptyset$ jika $\mathrm{e} \notin \mathrm{E}$.
Suatu himpunan dari semua himpunan lembut *(SS)* atas U dilambangkan dengan $S(U)$.

Contoh 2.1.1 Misalkan bahwa $\mathrm{U} = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ adalah suatu himpunan mobil baru dan $\mathrm{E} = \{e_1, e_2, e_3\}$ adalah suatu himpunan parameter yang mana parameter-parameternya adalah bagus, murah dan hemat bahan bakar berturut-turut. Perhatikan bahwa pemetaan dari himpunan parameter E ke himpunan kuasa dari U. Maka SS (F, E) dapat digambarkan sebagai suatu mobil baru yang diinginkan Mr.R untuk dibelinya:

$$F(e_1) = \{c_1, c_4\}, F(e_2) = \{c_2, c_3\}, F(e_3) = \{c_2, c_4\}.$$

Sehingga SS $(F, E) = \{(e_1, \{c_1, c_4\}), (e_2, \{c_2, c_3\}), (e_3, \{c_2, c_4\})\}$. Hal ini dapat direpresentasikan dalam bentuk Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Tabel representasi dari SS (F, E)

U	Bagus (e_1)	Murah (e_2)	Hemat Bahan Bakar (e_3)
c_1	1	0	0
c_2	0	1	1
c_3	0	1	0
c_4	1	0	1

2.2 Himpunan Kabur (*Fuzzy Set*)

Definisi 2.2.1 Misalkan U adalah himpunan semesta. Suatu himpunan kabur (FS) atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh suatu fungsi μ_X yang disajikan dengan pemetaaan

$$\mu_X : \mathrm{U} \to [0, 1]. \qquad (3)$$

Disini μ_X disebut fungsi keanggotaan atas FS. Himpunan kabur (FS) atas U dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$\mathrm{FS} = \left\{\frac{u}{\mu_x} \mid u \in \mathrm{U}, \mu_x \in [0, 1]\right\}. \qquad (4)$$

Suatu himpunan dari semua himpunan kabur (FS) atas U dilambangkan dengan $\mathrm{F(U)}$.

2.3 Himpunan Lembut Kabur (*Fuzzy Soft Set*)

Definisi 2.3.1 Misalkan $\mathrm{F(U)}$ adalah suatu himpunan dari semua himpunan kabur atas U, maka suatu pasangan $(\bar{\mathrm{F}}, \mathrm{E})$ disebut suatu himpunan lembut kabur (FSS) atas $\mathrm{F(U)}$, apabila $\bar{\mathrm{F}}$ adalah suatu pemetaan yang dinotasikan dengan

$$\bar{\mathrm{F}} : \mathrm{E} \to \mathrm{F(U)}. \qquad (5)$$

Himpunan lembut kabur (FSS) $(\bar{\mathrm{F}}, \mathrm{E})$ atas U dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$(\bar{\mathrm{F}}, \mathrm{E}) = \{(\mathrm{e}, \bar{\mathrm{F}}(\mathrm{e})) \mid \mathrm{e} \in \mathrm{E}, \bar{\mathrm{F}}(\mathrm{e}) \in \mathrm{F(U)}\}. \qquad (6)$$

Contoh 2.3.1 Dari Contoh 2.1.1, jika Mr.R berpendapat bahwa c_2 sedikit mahal dan informasi kabur ini tidak dapat diungkapkan hanya dengan dua bilangan klasik, yaitu 0 dan 1. Sehingga, suatu derajat keanggotaan dapat digunakan yang mana dihubungkan dengan setiap anggota dan direpresentasikan dengan suatu bilangan riil dalam selang $[0, 1]$. Maka, FSS $(\bar{\mathrm{F}}, \mathrm{E})$ dapat digambarkan sebagai mobil baru yang diinginkan Mr.R untuk dibelinya dengan informasi kabur sebagai berikut:

$$\bar{F}(e_1) = \left\{\frac{c_1}{0.7}, \frac{c_2}{0.2}, \frac{c_3}{0.1}, \frac{c_4}{0.8}\right\},$$
$$\bar{F}(e_2) = \left\{\frac{c_1}{0.1}, \frac{c_2}{0.7}, \frac{c_3}{0.8}, \frac{c_4}{0.2}\right\},$$

$$\bar{F}(e_3) = \left\{\frac{c_1}{0.1}, \frac{c_2}{0.9}, \frac{c_3}{0.3}, \frac{c_4}{0.8}\right\}.$$

Representasi himpunan lembut kabur dari Contoh 2.3.1 dapat ditunjukkan pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Tabel representasi dari FSS $(\bar{F}, E)$

U	Bagus (e_1)	Murah (e_2)	Hemat Bahan Bakar (e_3)
c_1	0.7	0.1	0.1
c_2	0.2	0.7	0.9
c_3	0.1	0.8	0.3
c_4	0.8	0.2	0.8

2.4 Himpunan Kabur *Hesitant* (*Hesitant Fuzzy Set*)

Definisi 2.4.1 Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, maka suatu himpunan kabur hesitant (HFS) atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh suatu fungsi c_E yang disajikan dalam pemetaan

$$c_E : U \rightarrow [0, 1]. \qquad (7)$$

Himpunan kabur hesitant (HFS) atas U dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$\text{HFS} = \left\{\frac{u}{c_E(u)} \mid u \in U\right\}, \qquad (8)$$

dimana $c_E(u)$ adalah suatu himpunan nilai pada selang $[0, 1]$ yang merupakan kemungkinan derajat keanggotaan dari anggota $u \in U$ ke himpunan E.

Definisi 2.4.2 *Misalkan $c_1, c_2, c \in HFN$ dan tiga operasi didefinisikan sebagai berikut:*

(1) $c^c = \cup_{\gamma \in c} \{1 - \gamma\}$,

(2) $c_1 \cup c_2 = \cup_{\gamma_1 \in c_1, \gamma_2 \in c_2} max\{\gamma_1, \gamma_2\}$,

(3) $c_1 \cap c_2 = \cap_{\gamma_1 \in c_1, \gamma_2 \in c_2} min\{\gamma_1, \gamma_2\}$.

Definisi 2.4.3 *Misalkan $c_1 = \cup_{\gamma_1 \in c_1} \{\gamma_1\}, c_2 = \cup_{\gamma_2 \in c_2} \{\gamma_2\}$ dan $c = \cup_{\gamma \in c} \{\gamma\}$ adalah tiga HFN dan $\lambda > 0$. Empat operasi didefinisikan sebagai berikut*:

(1) $c^\lambda = \cup_{\gamma \in c} \{k^{-1}(\lambda k(\gamma))\}$,

(2) $\lambda h = \cup_{\gamma \in c} \{l^{-1}(\lambda l(\gamma))\}$,

(3) $c_1 \oplus c_2 = \cup_{\gamma_1 \in c_1, \gamma_2 \in c_2} \left\{l^{-1}\left(l(\gamma_1) + l(\gamma_2)\right)\right\}$,

(4) $c_1 \otimes c_2 = \cup_{\gamma_1 \in c_1, \gamma_2 \in c_2} \left\{k^{-1}\left(k(\gamma_1) + k(\gamma_2)\right)\right\}$.

Definisi 2.4.4 Untuk $c \in \text{HFN}$, $s(c) = \left(\frac{1}{|c|}\right) \sum_{\gamma \in c} \gamma$ dikatakan fungsi skor dari c, dimana $|c|$ adalah banyaknya anggota di c. Untuk dua HFN c_1 dan c_2, jika $s(c_1) > s(c_2)$, maka disimbolkan $c_1 > c_2$, jika $s(c_1) = s(c_2)$, maka disimbolkan $c_1 = c_2$.

Definisi 2.4.5 Untuk $c \in \text{HFN}$, $\sigma(c) = \left[\left(\frac{1}{|c|}\right) \sum (\gamma - s(c))^2\right]^{1/2}$ didefinisikan sebagai variansi dari c, dimana $s(c)$ adalah fungsi skor dari c dan $\sigma(c)$ dinotasikan sebagai derajat daviasi dari c.

Definisi 2. 4. 6 Misalkan c_1 dan c_2 adalah dua HFN, jika $s(c_1) > s(c_2)$, maka ditulis $c_1 > c_2$. Jika $s(c_1) = s(c_2)$, maka

(1) jika $\sigma(c_1) > \sigma(c_2)$, maka ditulis $c_1 < c_2$,

(2) jika $\sigma(c_1) < \sigma(c_2)$, maka ditulis $c_1 > c_2$,

(3) jika $\sigma(c_1) = \sigma(c_2)$, maka ditulis $c_1 = c_2$.

2.5 Himpunan Lembut Kabur *Hesitant* (*Hesitant Fuzzy Soft Set*)

Definisi 2.5.1 Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, misalkan E adalah suatu himpunan dari parameter dan misalkan $\overline{\mathrm{F}}(\mathrm{U})$ adalah suatu himpunan dari semua himpunan kabur hesitant (HFS) atas U. Suatu pasangan $(\overline{\overline{\mathrm{F}}}, \mathrm{E})$ disebut suatu HFSS atas U, apabila $\overline{\overline{\mathrm{F}}}$ adalah suatu pemetaan yang dinotasikan oleh:

$$\overline{\overline{\mathrm{F}}} : \mathrm{E} \rightarrow \overline{\mathrm{F}}(\mathrm{U}). \tag{9}$$

Misalkan $\overline{\mathrm{F}}(\mathrm{U})$ adalah suatu himpunan dari semua himpunan kabur hesitant (HFS) atas U. Untuk semua $\mathrm{e} \in \mathrm{E}$, maka $\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e})$ adalah himpunan anggota dari HFSS $(\overline{\overline{\mathrm{F}}}, \mathrm{E})$. Ini dapat ditulis sebagai berikut:

$$\overline{\overline{\mathrm{F}}} = \left\{\frac{\mathrm{u}}{\mu_{\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e})(\mathrm{u})}} \mid \mathrm{u} \in \mathrm{U}\right\}. \tag{10}$$

Himpunan lembut kabur hesitant (HFSS) $(\overline{\overline{\mathrm{F}}}, \mathrm{E})$ atas U dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$\left(\overline{\overline{\mathrm{F}}}, \mathrm{E}\right) = \left\{\left(\mathrm{e}, \overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e})\right) \mid \mathrm{e} \in \mathrm{E}, \overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}) \in \overline{\mathrm{F}}(\mathrm{U})\right\}. \tag{11}$$

Contoh 2.5.1 Perhatikan Contoh 2.3.1. Untuk memperoleh mobil baru tersebut, Mr.R sulit untuk memberikan suatu nilai tunggal untuk menjelaskan pendapat dia tentang mobil baru dengan masing-masing kriteria yang berbeda. Contoh, Mr.R berpikir bahwa derajat dari mobil baru c_1 yang memenuhi kriteria e_1 adalah 0.7 dan 0.6. Maka suatu HFSS $(\overline{\overline{\mathrm{F}}}, \mathrm{E})$ dapat digunakan untuk menggambarkan sebagai mobil baru yang diinginkan Mr.R untuk dibelinya:

$$\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_1) = \left\{\frac{\mathrm{c}_1}{\{0.7,0.6\}}, \frac{\mathrm{c}_2}{\{0.3,0.2\}}, \frac{\mathrm{c}_3}{\{0.2,0.1\}}, \frac{\mathrm{c}_4}{\{0.8\}}\right\},$$
$$\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_2) = \left\{\frac{\mathrm{c}_1}{\{0.1\}}, \frac{\mathrm{c}_2}{\{0.7\}}, \frac{\mathrm{c}_3}{\{0.9,0.8\}}, \frac{\mathrm{c}_4}{\{0.3,0.2\}}\right\},$$
$$\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_3) = \left\{\frac{\mathrm{c}_1}{\{0.1\}}, \frac{\mathrm{c}_2}{\{0.9,0.7\}}, \frac{\mathrm{c}_3}{\{0.3\}}, \frac{\mathrm{c}_4}{\{0.8,0.7\}}\right\}.$$

Suatu HFSS dari Contoh 2.5.1 ditunjukkan pada Tabel 3. berikut:

Tabel 3. Tabel representasi dari HFSS $(\overline{\overline{F}}, E)$

U	Bagus (e_1)	Murah (e_2)	Hemat Bahan Bakar (e_3)
c_1	{0.7,0.6}	{0.1}	{0.1}
c_2	{0.3,0.2}	{0.7}	{0.9,0.7}
c_3	{0.2,0.1}	{0.9,0.8}	{0.3}
c_4	{0.8}	{0.3,0.2}	{0.8,0.7}

2.6 Operasi pada Bilangan Lembut Kabur *Hesitant*

Definisi 2.6.1 Misalkan $\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_\mathrm{i}) = \left\{\frac{\mathrm{c}_\mathrm{p}}{\mu_{\mathrm{ip}}} \mid \mathrm{p} = 1, 2, \cdots, \mathrm{m}\right\}$, dan $\overline{\overline{\mathrm{F}}}\left(\mathrm{e}_\mathrm{j}\right) = \left\{\frac{\mathrm{c}_\mathrm{p}}{\mu_{\mathrm{jp}}} \mid \mathrm{p} = 1, 2, \cdots, \mathrm{m}\right\}$, adalah dua HFSN dan $\lambda > 0$. Maka operasi berikut dapat didefinisikan:

(1) $\left(\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_\mathrm{i})\right)^{\mathrm{c}} = \left\{\frac{\mathrm{c}_\mathrm{p}}{\cup_{\gamma_{\mathrm{ip}} \in \mu_{\mathrm{ip}}}\{1-\gamma_{\mathrm{ip}}\}} \mid \mathrm{p} = 1, 2, \cdots, \mathrm{m}\right\}$,

(2) $\lambda\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_\mathrm{i}) = \left\{\frac{\mathrm{c}_\mathrm{p}}{\cup_{\gamma_{\mathrm{ip}} \in \mu_{\mathrm{ip}}}\{l^{-1}(\lambda l(\gamma_{\mathrm{ip}}))\}} \mid \mathrm{p} = 1, 2, \cdots, \mathrm{m}\right\}$,

(3) $\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_\mathrm{i})^{\lambda} = \left\{\frac{\mathrm{c}_\mathrm{p}}{\cup_{\gamma_{\mathrm{ip}} \in \mu_{\mathrm{ip}}}\{k^{-1}(\lambda k(\gamma_{\mathrm{ip}}))\}} \mid \mathrm{p} = 1, 2, \cdots, \mathrm{m}\right\}$,

(4) $\overline{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{e}_\mathrm{i}) \oplus \overline{\overline{\mathrm{F}}}\left(\mathrm{e}_\mathrm{j}\right) = \left\{\frac{\mathrm{c}_\mathrm{p}}{\cup_{\gamma_{\mathrm{ip}} \in \mu_{\mathrm{ip}}, \gamma_{\mathrm{jp}} \in \mu_{\mathrm{jp}}}\{l^{-1}(l(\gamma_{\mathrm{ip}}) + l(\gamma_{\mathrm{jp}}))\}} \mid \mathrm{p} = 1, 2, \cdots, \mathrm{m}\right\}$,

(5) $\bar{\bar{F}}(e_i) \otimes \bar{\bar{F}}(e_j) = \left\{ \frac{c_p}{\cup_{\gamma_{ip}\in\mu_{ip},\gamma_{jp}\in\mu_{jp}}\{k^{-1}(k(\gamma_{ip})+k(\gamma_{jp}))\}} \mid p = 1,2,\cdots,m \right\},$

2.7 Operator Koleksi dari Himpunan Lembut Kabur *Hesitant*

Definisi 2.7.1 *Misalkan* $\bar{\bar{F}}(e_i) = \left\{\frac{c_p}{\mu_{ip}} \mid p = 1,2,\cdots,m\right\}, (i = 1,2,\cdots,n)$ *adalah suatu anggota dari HFSS* $(\bar{\bar{F}}, E)$ *dan misalkan* $\omega = (\omega_1, \omega_1, \cdots \omega_n)$ *adalah suatu vektor bobot dari* $\bar{\bar{F}}(e_i)$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ *dimana* ω_i *menyatakan derajat kepentingan dari* $\bar{\bar{F}}(e_i)$ *yang memenuhi* $\omega_i \geq 0$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ *dan* $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$. *Maka operator HFSWA dapat dikatakan operator rata-rata terbobot lembut kabur hesitant dan didefinisikan sebagai berikut*:

$$\mathrm{HFSWA}\left(\bar{\bar{F}}(e_1), \bar{\bar{F}}(e_2), \cdots \bar{\bar{F}}(e_n)\right) = \oplus\, \omega_i\, \bar{\bar{F}}(e_i)\ (i = 1,2,\cdots,n). \tag{12}$$

Definisi 2.7.2 *Misalkan* $\bar{\bar{F}}(e_i) = \left\{\frac{c_p}{\mu_{ip}} \mid p = 1,2,\cdots,m\right\}, (i = 1,2,\cdots,n)$ *adalah suatu anggota dari HFSS* $(\bar{\bar{F}}, E)$ *dan misalkan* $\omega = (\omega_1, \omega_1, \cdots \omega_n)$ *adalah suatu vektor bobot dari* $\bar{\bar{F}}(e_i)$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ *dimana* ω_i *menyatakan derajat kepentingan dari* $\bar{\bar{F}}(e_i)$ *yang memenuhi* $\omega_i \geq 0$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ *dan* $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$. *Maka operator HFSWG dapat dikatakan operator geometri terbobot lembut kabur hesitant dan didefinisikan sebagai berikut*:

$$HFSWG\ \left(\bar{\bar{F}}(e_1), \bar{\bar{F}}(e_2), \cdots \bar{\bar{F}}(e_n)\right) = \otimes \bar{\bar{F}}(e_i)^{\omega_i}\ (i = 1,2,\cdots,n). \tag{13}$$

Definisi 2.7.3 *Misalkan* $\bar{\bar{F}}(e_i)$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ *adalah suatu anggota dari HFSS* $(\bar{\bar{F}}, E)$ *dan misalkan* $\omega = (\omega_1, \omega_1, \cdots \omega_n)$ *adalah suatu vektor bobot dari* $\bar{\bar{F}}(e_i)$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ *dimana* ω_i menyatakan derajat kepentingan dari $\bar{\bar{F}}(e_i)$ yang memenuhi $\omega_i \geq 0$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ dan $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$. Maka operator GHFSWA dapat dikatakan operator rata-rata terbobot lembut kabur hesitant diperumum dan didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathrm{GHFSWA}_\lambda\left(\bar{\bar{F}}(e_1), \bar{\bar{F}}(e_2), \cdots \bar{\bar{F}}(e_n)\right),$$
$$= \left(\bigoplus \omega_i \left(\bar{\bar{F}}(e_i)\right)^{\lambda}\ (i = 1,2,\cdots,n)\right)^{\frac{1}{\lambda}}. \tag{14}$$

Definisi 2.7.4 Misalkan $\bar{\bar{F}}(e_i)$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ adalah suatu anggota dari HFSS $(\bar{\bar{F}}, E)$ dan misalkan $\omega = (\omega_1, \omega_1, \cdots \omega_n)$ adalah suatu vektor bobot dari $\bar{\bar{F}}(e_i)$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ dimana ω_i menyatakan derajat kepentingan dari $\bar{\bar{F}}(e_i)$ yang memenuhi $\omega_i \geq 0$ $(i = 1,2,\cdots,n)$ dan $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$. Maka operator GHFSWG dapat dikatakan operator geomteri terbobot lembut kabur hesitant diperumum dan didefinisikan sebagai berikut:

$$GHFSWG_\lambda\left(\bar{\bar{F}}(e_1), \bar{\bar{F}}(e_2), \cdots \bar{\bar{F}}(e_n)\right),$$
$$= \frac{1}{\lambda}\left(\otimes \left(\lambda \bar{\bar{F}}(e_i)\right)^{\omega_i}\right)\ (i = 1,2,\cdots,n). \tag{15}$$

2.8 Prosedur Pengambilan Keputusan pada Himpunan Lembut Kabur *Hesitant*

Langkah 1 (Menormalkan Informasi Keputusan)

Informasi penormalan dinotasikan sebagai berikut:

$$\bar{\bar{F}}(e_i) = \begin{cases} \left\{\frac{c_j}{\mu_{ij}}\right\}, & j \in B_\tau \\ \left\{\frac{c_j}{\cup_{\gamma_{ij}\in\mu_{ij}}\{1-\gamma_{ij}\}}\right\}, & j \in C_\tau \end{cases} \tag{16}$$
$$(i = 1,2,\cdots,m; j = 1,2,\cdots,n)$$

B_τ adalah himpunan dari kriteria tipe yang menguntungkan dan C_τ adalah himpunan dari kriteria tipe biaya.

Langkah 2 (Kumpulkan HFSE dari Setiap Pengambil Keputusan)
Hitung nilai evaluasi pada setiap alternative dari setiap pengambil keputusan dengan menggunakan operator GHFSWA dan GHFSWG.

Langkah 3 (Kumpulkan HFSE dari Semua Pengambil Keputusan)
Hitung nilai-nilai secara keseluruhan dengan menggunakan operator HFSWA dan HFSWG.

Langkah 4 (Tentukan Peringkat HFN μ_i dari alternatif c_i dengan $(i = 1, 2, \cdots, n)$)
Menentukan peringkat HFN adalah dengan menggunakan metode peringkat yang dijelaskan pada Definisi 2.5.4.

Langkah 5 (Pilih Anggota Himpunan Semesta yang Terbaik)
Memilih himpunan semesta yang terbaik adalah dengan menggunakan metode peringkat dari $s(\mu_i)$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ yang dijelaskan pada Definisi 2.5.4.

3. METODE PENELITIAN

Tahap-tahap yang dilakukan dalam tulisan ini adalah identifikasi masalah, studi literatur, pengumpulan data dan penentuan variabel. Pada tahap identifikasi masalah, permasalahan yang dibahas dalam tulisan ini adalah menentukan keputusan mobil mana yang baik untuk dibeli dengan menggunakan prosedur pengambilan keputusan pada himpunan lembut kabur *hesitant*. Pada tahap studi literatur dan pengumpulan data dilakukan pengumpuan data primer dari konsumen. Studi ini meliputi hal-hal yang berkaitan dengan himpuan lembut kabur *hesitant.* Pada tahap selanjutnya akan dilakukan penentuan keputusan dengan tiga variabel menggunakan prosedur pengambilan keputusan pada himpuan lembut kabur hesitant.

4. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Dari Contoh 2.6.1, keluarga Mr.R ingin membeli suatu mobil baru yang menarik dengan memperhatikan tiga kriteria: bagus (e_1), murah (e_2) dan hemat bahan bakar (e_3). Keluarga dapat membuat pilihan mereka diantara empat mobil baru $U = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$. Istri dan anak Mr.R mempunyai pendapat mereka sendiri tentang mobil-mobil baru tersebut. Vektor bobot dari setiap pengambil keputusan adalah $\omega = \{0.3, 0.3, 0.4\}$ dan vector bobot dari semua pengambil keputusan adalah $\eta = (0.5, 0.3, 0.2)$. Mereka membuat penilaian masing-masing untuk empat mobil baru tersebut berdasarkan tiga kriteria $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ dan penilaiannya pada tabel berikut:

Tabel 4. Tabel Penilaian dari Mr.R

U	Bagus (e_1)	Murah (e_2)	Hemat Bahan Bakar (e_3)
c_1	{0.7,0.6}	{0.1}	{0.1}
c_2	{0.3,0.2}	{0.7}	{0.9,0.7}
c_3	{0.2,0.1}	{0.9,0.8}	{0.3}
c_4	{0.8}	{0.3,0.2}	{0.8,0.7}

Tabel 5. Tabel penilaian dari istri Mr.R

U	Bagus (e_1)	Murah (e_2)	Hemat Bahan Bakar (e_3)
c_1	{0.4}	{0.9}	{0.9}
c_2	{0.8}	{0.7}	{0.3}
c_3	{0.7}	{0.8}	{0.7}
c_4	{0.5}	{0.8,0.7}	{0.5}

Tabel 6. Tabel penilaian dari anak Mr.R

U	Bagus (e_1)	Murah (e_2)	Hemat Bahan Bakar (e_3)
c_1	$\{0.1\}$	$\{0.9\}$	$\{0.8, 0.7\}$
c_2	$\{0.7\}$	$\{0.5, 0.4\}$	$\{0.6\}$
c_3	$\{0.7\}$	$\{0.5\}$	$\{0.8\}$
c_4	$\{0.7\}$	$\{0.5\}$	$\{0.9\}$

Dengan mengikuti langkah-langkah dari prosedur pengambilan keputusan pada himpunan lembut kabur *hesitant*, diperoleh peringkat dari mobil baru alternatif yang diinginkan dengan $\lambda = 1$, dan $k(t) = -\log t$ pada Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 7. Peringkat dari mobil baru alternatif dengan $k(t) = -\log t$

Operator	$s(\mu_1)$	$s(\mu_2)$	$s(\mu_3)$	$s(\mu_4)$	Peringkat
HFSWA	0.626	0.649	0.643	0.679	$s(c_4) > s(c_2) > s(c_3) > s(c_1)$
HFSWG	0.319	0.540	0.481	0.580	$s(c_4) > s(c_2) > s(c_3) > s(c_1)$

Berdasarkan Definisi 2.5.4, pada operator HFSWA, karena $s(c_4) > s(c_2) > s(c_3) > s(c_1)$, maka $c_4 > c_2 > c_3 > c_1$. Pada operator HFSWG, karena $s(c_4) > s(c_2) > s(c_3) > s(c_1)$, maka $c_4 > c_2 > c_3 > c_1$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa alternatif terbaik adalah c_4 dan alternatif terburuk adalah c_1.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Himpunan lembut kabur *hesitant* (HFSS) adalah pengembangan dari himpunan lembut kabur (FSS) dan himpunan kabur *hesitant* (HFS). Selanjutnya, terdapat lima langkah yang diperkenalkan Wang (10) dalam menyelesaikan masalah MCGDM. Pada paper ini, kasus yang diaplikasikan adalah pemilihan mobil baru yang diinginkan konsumen. Pada paper ini, fungsi yang digunakan ialah $k(t) = -\log t$ dan $\lambda = 0$. Penulis berharap penelitian selanjutnya menggunakan fungsi $k(t) = \log \frac{(2-t)}{t}$ dan $\lambda \neq 0$ serta dapat diaplikasikan pada berbagai kasus lain dalam kehidupan.

6. DAFTAR PUSTAKA

Babitha, K.V. dan John, S.J., 2013, *Hesitant Fuzzy Soft Sets*, *Journal of New Results in Science*, Vol. 3, 98-107

Beliakov, G., Pradera, A. dan Calvo, T., 2007, *Aggregation Functions: A Guide for Practitioners*, Springer, Heidelberg: Germany

Chen, N., Xu, Z. dan Xia, M., 2013, *The Electre I Multi-Criteria Decision-Making Method Based on Hesitant Fuzzy Sets. International Journal of In-formation Technology and Decision Making*, Vol. 13, No. 2, 1-37

Klement, E.P. dan Mesiar, R., 2005, *Logical, Algebraic, Analytic dan Proba-bilistic Aspects of Triangular Norm. Elsevier*, New York, NY: USA

Klir, G.J. dan Yuan, B., 1995, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ: USA

Maji, P.K., Biswas, R. dan Roy, A.R., 2001, *Fuzzy Soft Sets. Journal of Fuzzy Mathematics*, Vol. 9, No. 3, 589 – 602

Molodtsov, D., 1999, *Soft Set Theory-First Result. Computers Mathematics with Applications*, Vol. 37, No. 4-5,19-31

Nguyen, H.T. dan Walker, R.A., 1997, *A First Course in Fuzzy Logic*, CRC Press, Boca Raton, Fla: USA

Torra, V. dan Narukawa, Y., 2009, *Hesitant Fuzzy Sets. International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 25, No. 6, 529-539

Wang, J.Q., Li, X.E. dan Chen, X.H., 2015, *Hesitant Fuzzy Soft Sets with Application in Multicriteria Group Decision Making Problems. The Scientific World Journal*, Vol. 2015

Xia, M. dan Xu, Z., 2011, *Hesitant Fuzzy Information Aggregation in Decision Making*, International Journal of Approximate Reasoning, Vol. 52, No. 3, 395-407

Xu, Z., 2014, *Hesitant Fuzzy Sets Theory*, Springer, Heidelberg: Germany

Zadeh, L.A., 1965, *Fuzzy Sets, Information and Computation*. Vol. 8, No. 3, 338 – 353